

PRIJEMNI ISPIT
septembar 2009.

1. Data je funkcija $f(x) = \frac{2-x^2}{3x}$, $x \neq 0$. Naći $f(x) + 2f(\frac{1}{x})$.
2. Ako $a \in \mathbb{R} \setminus \{-1, 0, 1\}$, uprostiti izraz

$$\left(\frac{1}{a-1} - \frac{a^3+1}{a^4-a} \right) : \frac{a+1}{a-a^3}$$

3. Ako su x_1 i x_2 rješenja kvadratne jednačine $x^2 - 8x + 2 = 0$, naći kvadratnu jednačinu čija su rješenja $\frac{1}{x_1^2}$ i $\frac{1}{x_2^2}$.
4. U geometrijskom nizu zbir prvog i petog člana je 51, a zbir drugog i šestog člana je 102. Koliko prvih članova ovog niza treba sabrati kako bi njihov zbir iznosio 3069?
5. Izračunati modul kompleksnog broja

$$\frac{1+i+i^{2009}}{1+i^{2009}-2i}$$

6. Riješiti logaritamsku jednačinu

$$\log_{x+2}(x^2 - 1) = \log_{x+2}(5 - x).$$

7. Tangenta konstruisana iz tačke $A(-7, 24)$ na kružnu liniju $x^2 + y^2 = 225$ dodiruje tu liniju u tački T . Izračunati površinu trougla $\triangle AOT$, gdje je O koordinatni početak.
8. Riješiti trigonometrijsku jednačinu

$$\sin x - \sqrt{3} \cos x = 1$$

9. U datu pravu kupu poluprečnika osnove r i visine $H = r\sqrt{2}$ upisana je kocka $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ tako da osnova $ABCD$ pripada osnovi kupe, a tjemena A_1, B_1, C_1, D_1 pripadaju omotaču kupe. U kojem odnosu su zapremine kupe i kocke?
10. Koliko ima prirodnih brojeva u čijem zapisu nema jednakih cifara i čije cifre pripadaju skupu $\{1, 3, 5, 7\}$?